

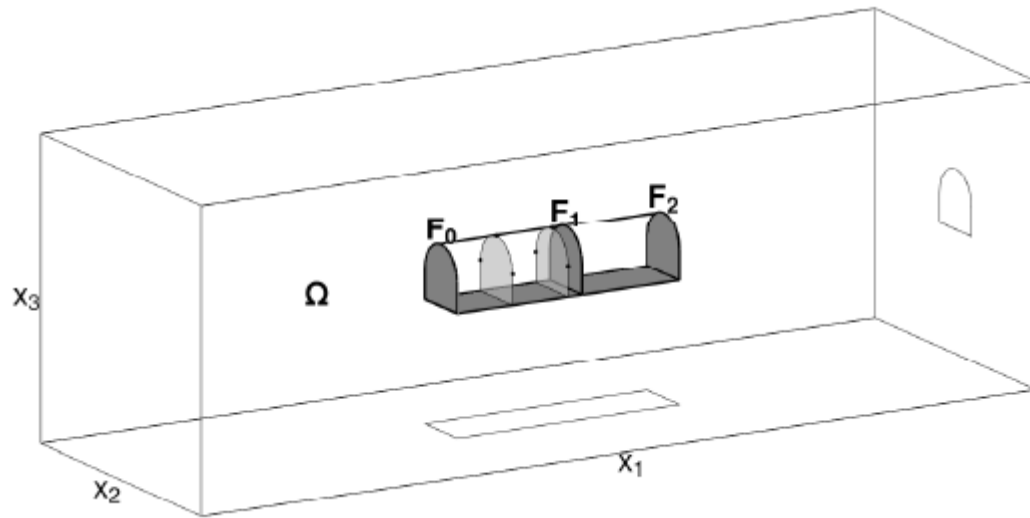
Určení tenzoru původního napětí analýzou konvergenčí

Josef Malík, Alexej Kolcun

Ústav geoniky AV ČR



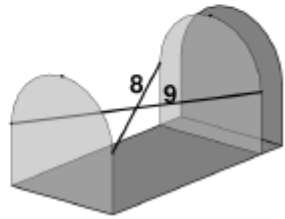
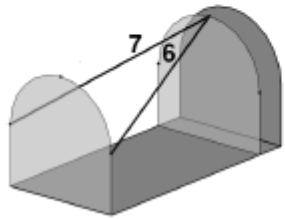
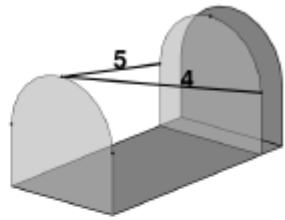
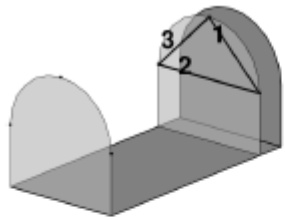
Základní schéma měření



Předpokládáme, že tunel se nachází v homogenní hornině a proces měření probíhá ve dvou Krocích:

1. Dojde k vytěžení prostoru mezi profily F_0 a F_1 , k osazení šesti měřících bodů a ke změření vzdáleností mezi vhodnými dvojicemi bodů.
2. Dojde k vytěžení prostoru mezi profily F_1 a F_2 a k přeměření vzdáleností mezi stejnými dvojicemi bodů.

Očíslování dvojic bodů



Na obrázku jsou znázorněny všechny přípustné dvojice bodů. K měření se používá speciální pásmo na druhém obrázku. Přípustné dvojice jsou takové, kdy se pásmo při měření neopírá o stěny tunelu.

Matematická formulace

$$\int_{\Omega_1} c_{ijkl} e_{ij}(\mathbf{u}^1) e_{kl}(\mathbf{v}^1) dx = \int_{\partial\Omega} P_i v_i^1 dS,$$
$$\int_{\Omega_2} c_{ijkl} e_{ij}(\mathbf{u}^2) e_{kl}(\mathbf{v}^2) dx = \int_{\partial\Omega} P_i v_i^2 dS,$$

$$\int_{\partial\Omega} P_i dS = 0, \quad \int_{\partial\Omega} (\mathbf{x} \times \mathbf{P})_i dS = 0,$$

$$P_i(\mathbf{x}) = \tau_{ij} n_j(\mathbf{x}),$$

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}).$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\|\mathbf{u}^2(\mathbf{x}_i) + \mathbf{x}_i - \mathbf{u}^2(\mathbf{y}_i) - \mathbf{y}_i\| - \|\mathbf{u}^1(\mathbf{x}_i) + \mathbf{x}_i - \mathbf{u}^1(\mathbf{y}_i) - \mathbf{y}_i\| = h_i, \quad i = 1, \dots, 9.$$

x_i, y_i koncové body úsečky, ve které dochází k měření vzdáleností

u^1, u^2 řešení úloh pružnosti odpovídajícím situaci po první a druhé ražbě

Linearizace problému vyhodnocování měření

Pro naměřené deformace platí následující nelineární vztah

$$\|\mathbf{u}^2(\mathbf{x}_i) + \mathbf{x}_i - \mathbf{u}^2(\mathbf{y}_i) - \mathbf{y}_i\| - \|\mathbf{u}^1(\mathbf{x}_i) + \mathbf{x}_i - \mathbf{u}^1(\mathbf{y}_i) - \mathbf{y}_i\| = h_i, \quad i = 1, \dots, 9.$$

Tento vztah je možné nahradit lineárním vztahem, který dobře aproximuje poslední vztah v případě, že naměřené deformace jsou malé

$$\frac{\langle \mathbf{u}^2(\mathbf{x}_i) - \mathbf{u}^2(\mathbf{y}_i), \mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i \rangle}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|} - \frac{\langle \mathbf{u}^1(\mathbf{x}_i) - \mathbf{u}^1(\mathbf{y}_i), \mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i \rangle}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|} = h_i, \quad i = 1, \dots, 9.$$

Rozdíl v levých stranách těchto výrazů je menší než následující výraz

$$\frac{\|\mathbf{u}^1(\mathbf{x}_i) - \mathbf{u}^1(\mathbf{y}_i)\|^2 + \|\mathbf{u}^2(\mathbf{x}_i) - \mathbf{u}^2(\mathbf{y}_i)\|^2}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|^2}$$

Pomocné tenzory a tenzor původního napětí

Pomocné elementární tenzory

$$\begin{aligned}\tau_{ij}^1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tau_{ij}^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tau_{ij}^3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ \tau_{ij}^4 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tau_{ij}^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tau_{ij}^6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Vyjádření tenzoru pomocí elementárních tenzorů

$$\tau_{ij} = \tau_{ij}^k z_k, \quad k = 1, \dots, 6.$$

Pomocná řešení a sestavení matice úlohy

Vyjádření naměřených posunů pomocí elementárních posunů

$$\mathbf{u}^1 = \mathbf{u}^{1,k} z_k, \quad \mathbf{u}^2 = \mathbf{u}^{2,k} z_k.$$

Sestavení matice úlohy a formulace úlohy

$$Z_{ik} = \frac{\langle \mathbf{u}^{2,k}(\mathbf{x}_i) - \mathbf{u}^{2,k}(\mathbf{y}_i), \mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i \rangle}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|} - \frac{\langle \mathbf{u}^{1,k}(\mathbf{x}_i) - \mathbf{u}^{1,k}(\mathbf{y}_i), \mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i \rangle}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|}, \quad i = 1, \dots, 9,$$
$$k = 1, \dots, 6.$$

$$Z_{ik} z_k = h_i, \quad i = 1, \dots, 9, \quad k = 1, \dots, 6.$$

Vliv nepřesnosti měření a číslo podmíněnosti matice

Výběr šestice dvojic bodů, kde dochází k měření

$$\mathcal{A} = \{A \subset B, \text{card}(A) = 6\},$$

Sestavení matice

$$\mathbf{Z}_A \mathbf{z}_A = \mathbf{h}_A,$$

Závislost přesnosti měření a číslo podmíněnosti

$$\mathbf{Z}_A(\mathbf{z}_A + \delta\mathbf{z}_A) = (\mathbf{h}_A + \delta\mathbf{h}_A)$$

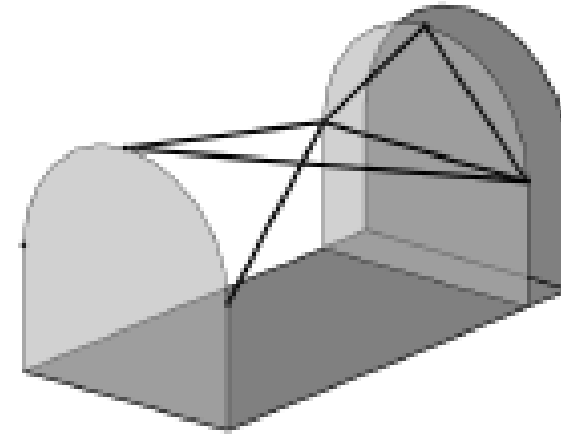
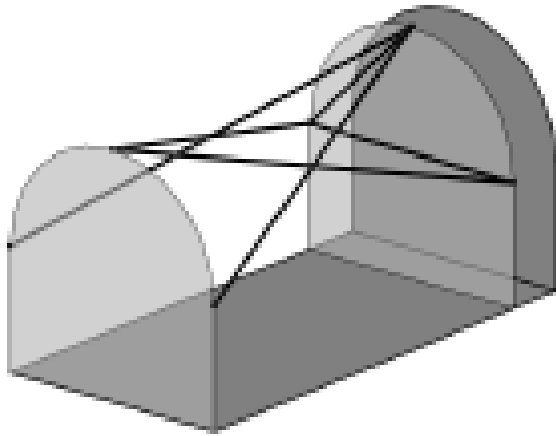
$$\frac{\|\delta\mathbf{z}_A\|}{\|\mathbf{z}_A\|} \leq \|\mathbf{Z}_A\| \|\mathbf{Z}_A^{-1}\| \frac{\|\delta\mathbf{h}_A\|}{\|\mathbf{h}_A\|}$$

Numerický test

Testovací tenzor původního napětí

τ_{11}	τ_{22}	τ_{33}	τ_{12}	τ_{23}	τ_{13}
7.5000	1.5000	5.0000	0.7500	1.0000	0.0000

Dvě konfigurace dvojic bodů s čísly podmíněnosti 26 a 200



Vypočítané posunutí mezi zvolenými dvojicemi bodů

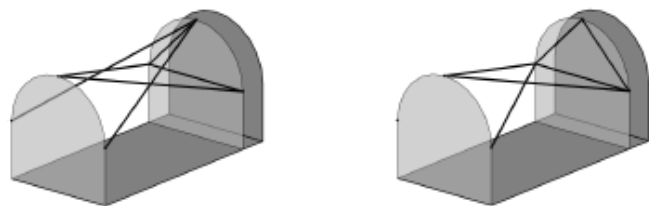
h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	h_7	h_8	h_9
0.2525	0.0225	-0.2719	0.4682	0.0513	0.0348	0.1569	-0.1472	-0.1128

Numerický test

Testovací tenzor původního napětí

τ_{11}	τ_{22}	τ_{33}	τ_{12}	τ_{23}	τ_{13}
7.5000	1.5000	5.0000	0.7500	1.0000	0.0000

Dvě konfigurace dvojic bodů s čísly podmíněnosti 26 a 200

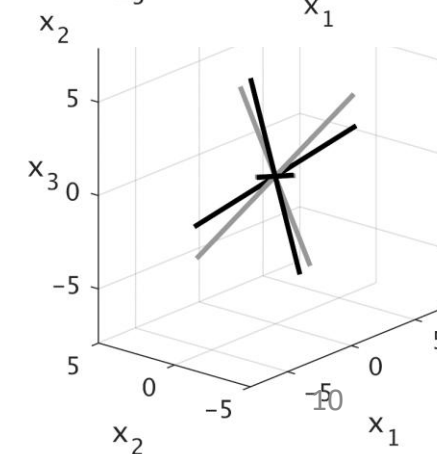
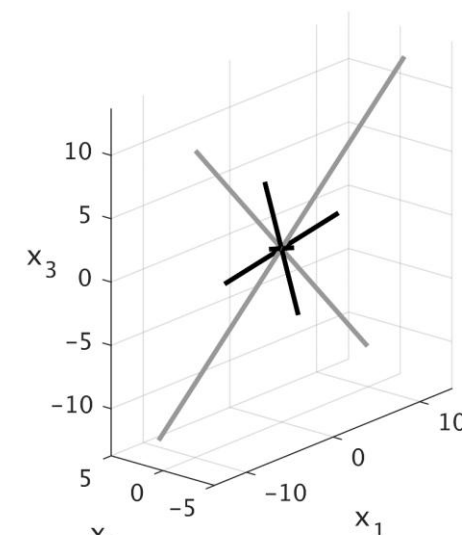
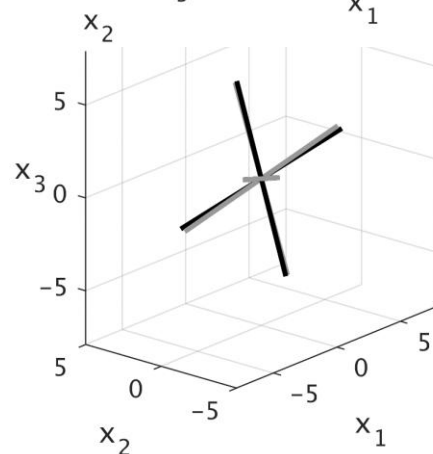
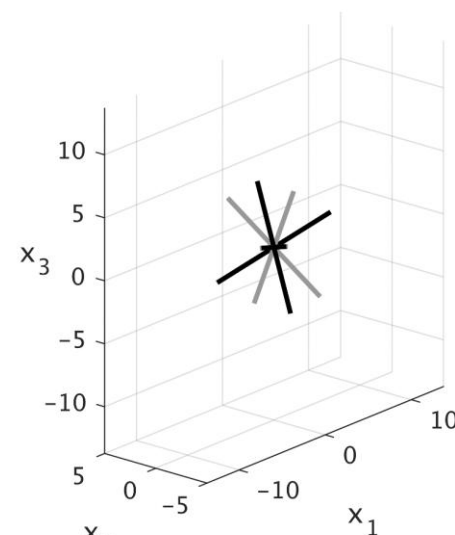


$\kappa(\mathbf{Z}_A)$	τ_{11}	τ_{22}	τ_{33}	τ_{12}	τ_{23}	τ_{13}
26	5.4848	1.5919	5.4874	0.2170	1.0034	-0.8732
200	-2.9789	-0.0354	-0.5492	0.5811	1.0677	-15.4172

$\kappa(\mathbf{Z}_A)$	τ_{11}	τ_{22}	τ_{33}	τ_{12}	τ_{23}	τ_{13}
26	7.2803	1.5100	4.9849	0.7763	1.0056	0.0424
200	7.6440	1.5782	5.2612	0.7010	0.9923	0.5587

Zaokrouhlené posunutí na dvě platné číslice

h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	h_7	h_8	h_9
0.2525	0.0225	-0.2719	0.4682	0.0513	0.0348	0.1569	-0.1472	-0.1128
0.3000	0.0000	-0.3000	0.5000	0.1000	0.0000	0.2000	-0.1000	-0.1000
0.2500	0.0200	-0.2700	0.4700	0.0500	0.0300	0.1600	-0.1500	-0.1100



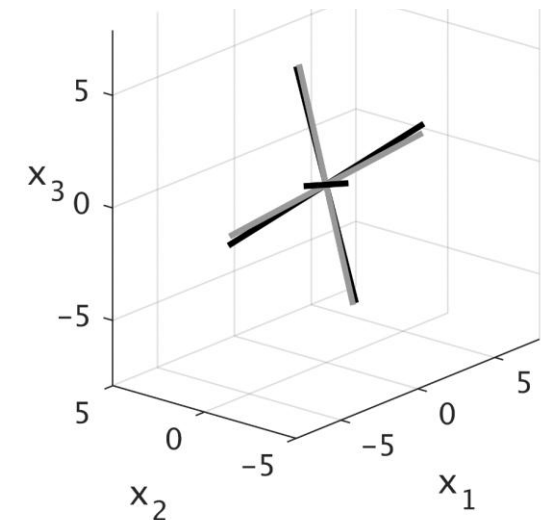
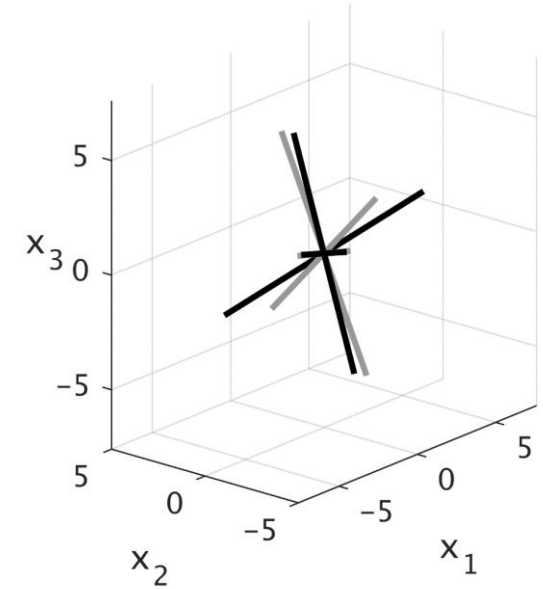
Použití regularizace

Formulace úlohy

$$J(\mathbf{h}) = \sum_{A, B \in \mathcal{B}} \|\mathbf{Z}_A^{-1} \mathbf{h}_A - \mathbf{Z}_B^{-1} \mathbf{h}_B\|^2, \quad [h_i - \delta, h_i + \delta] \quad i = 1, \dots, 9.$$

Tenzory původního napětí získané pro zaokrouhlení na jednu a dvě platné číslice

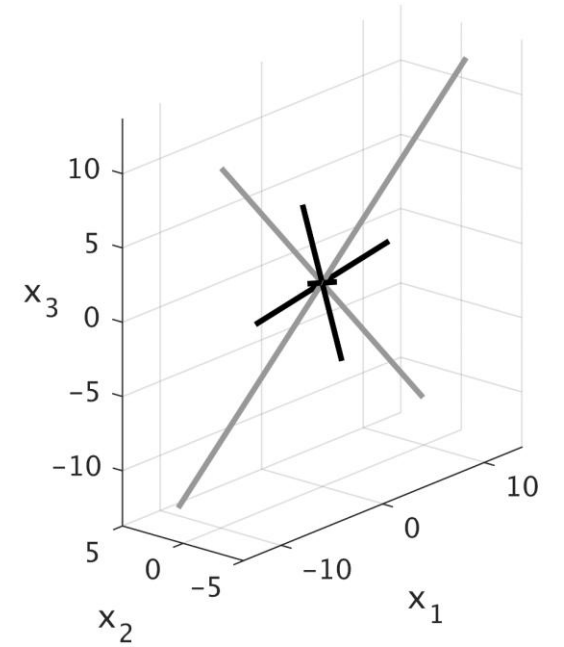
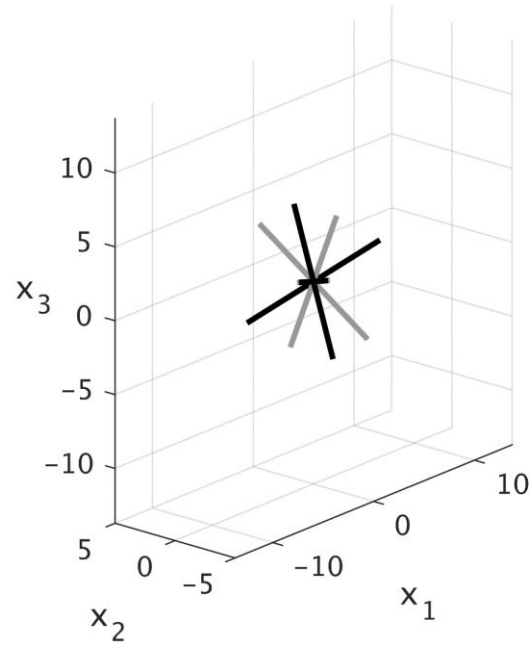
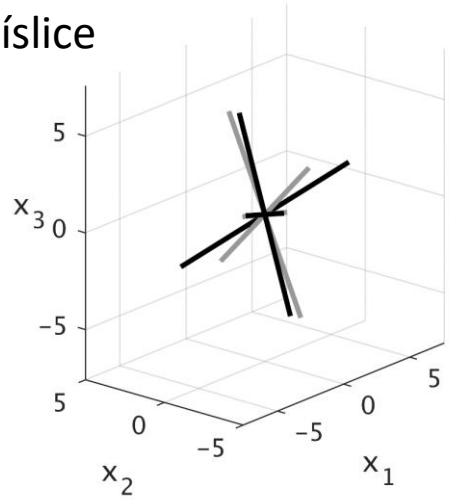
$\nu \Pi$	τ_{11}	τ_{22}	τ_{33}	τ_{12}	τ_{23}	τ_{13}
1	4.8381	1.6915	5.3599	0.6054	1.0481	-0.3326
2	7.3044	1.5025	5.0032	0.7086	0.9958	-0.0998



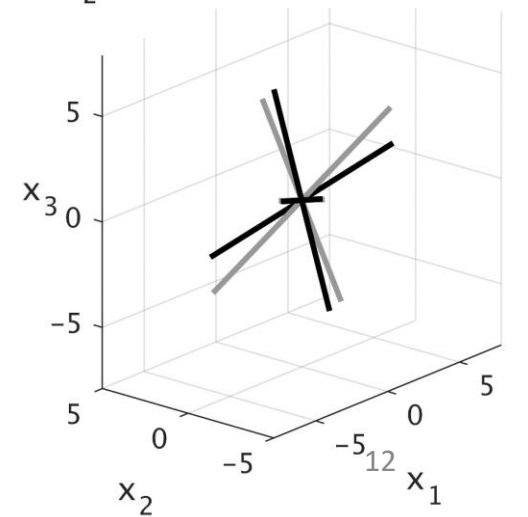
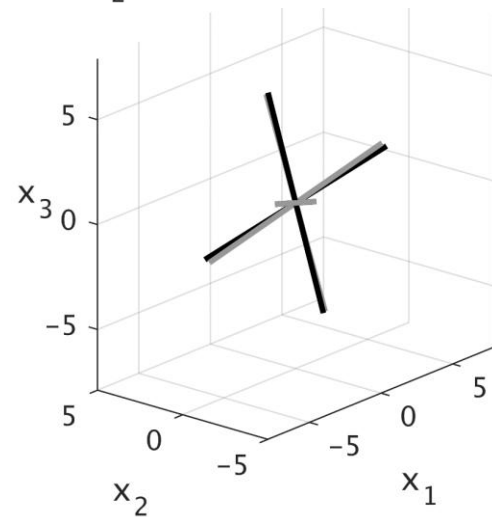
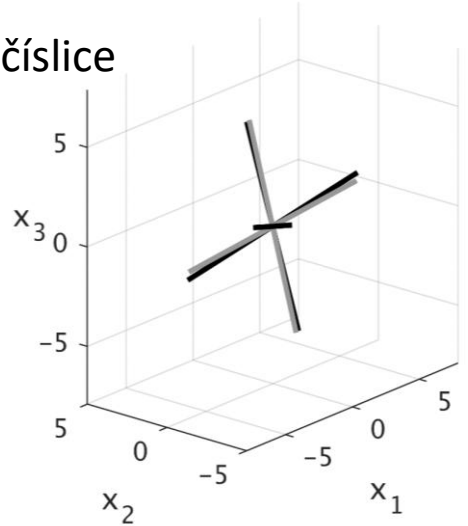
Regularizace

Číslo podmíněnosti

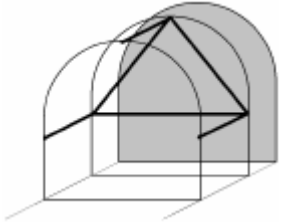
1 platná číslice



2 platné číslice



Nejmenší číslo podmíněnosti možnosti měření



U této konfigurace je číslo podmíněnosti rovno 6, je však obtížné změřit pásmem délku úseček podél stěny tunelu.



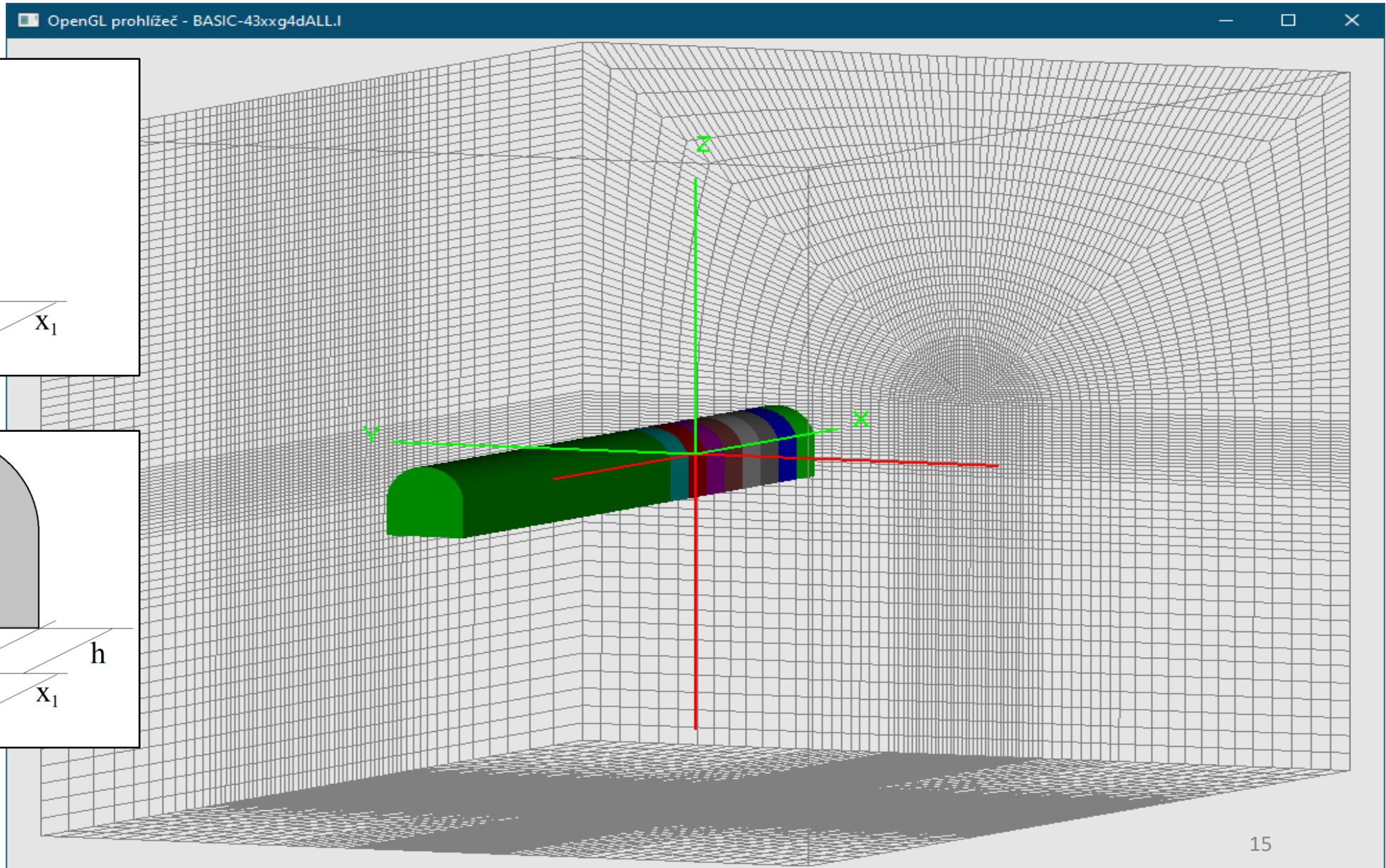
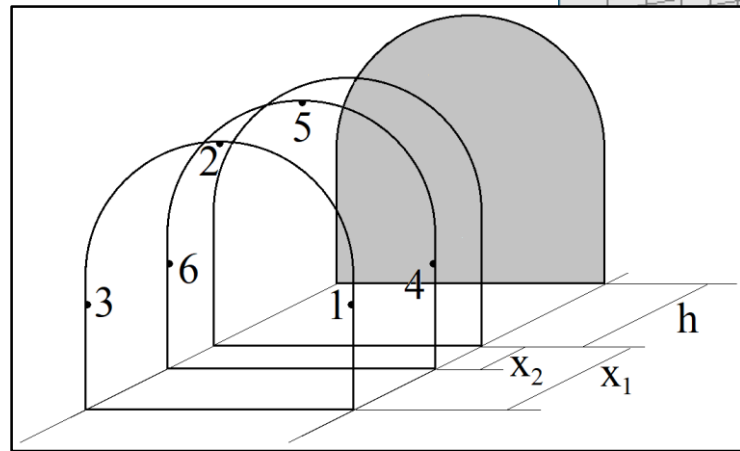
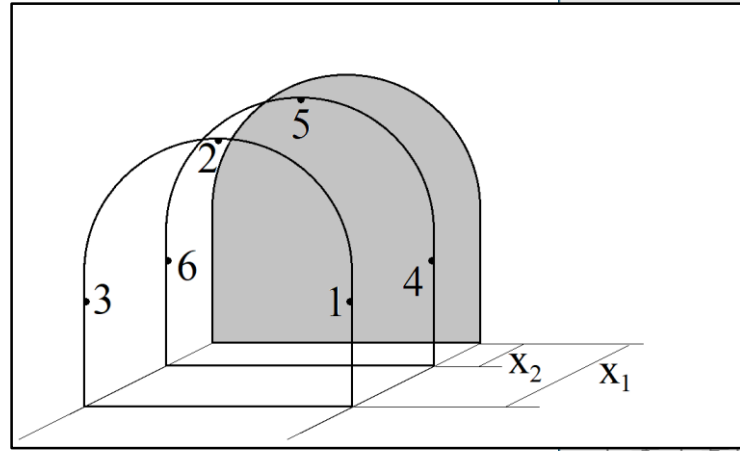
Transformace tenzoru do geodetických souřadnic

Tenzor původního napětí získaný výše navrženou metodou je vyjádřen v souřadnicích sítě x_1, x_2, x_3 , ve kterých je řešena úloha. Pro potřeby praxe je třeba použít geodetickou soustavu SJ, VZ, z , kde souřadnici z ztotožníme s x_3 .

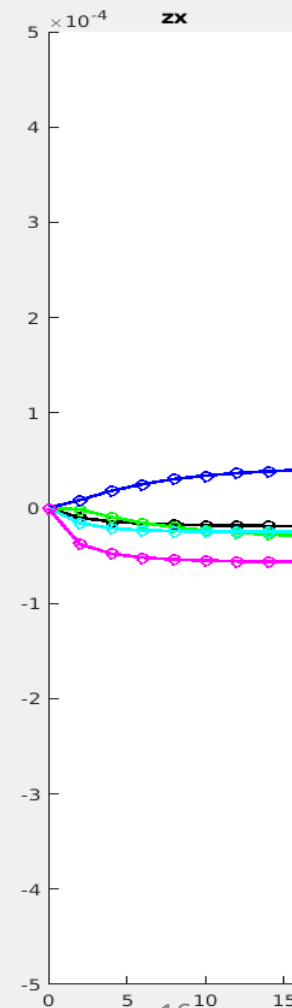
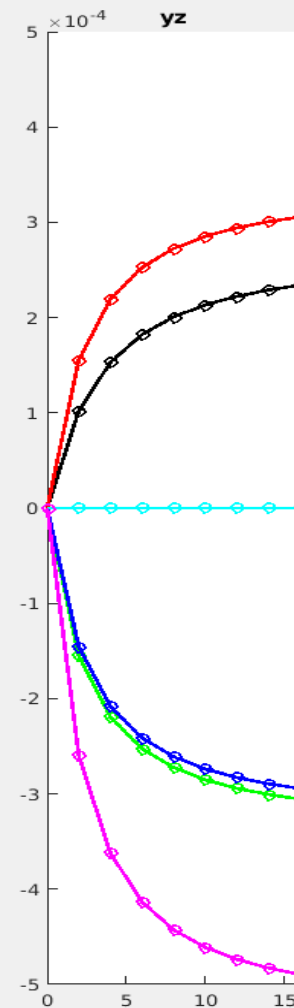
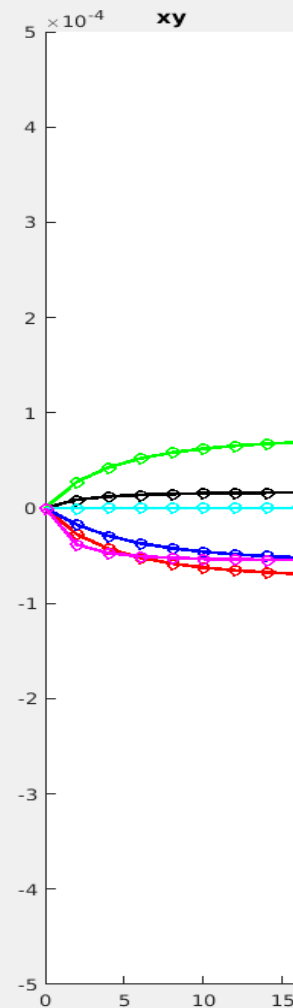
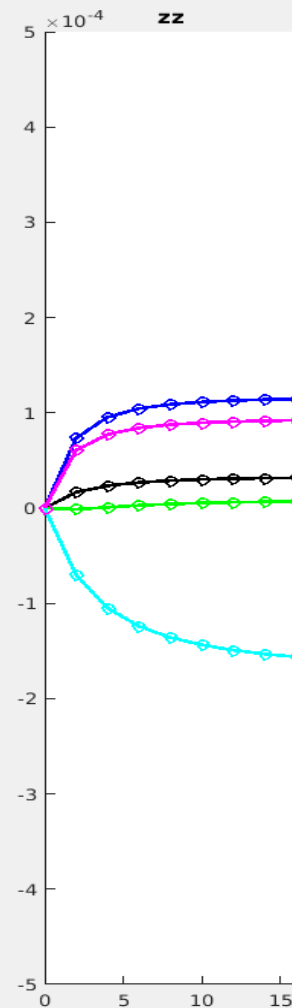
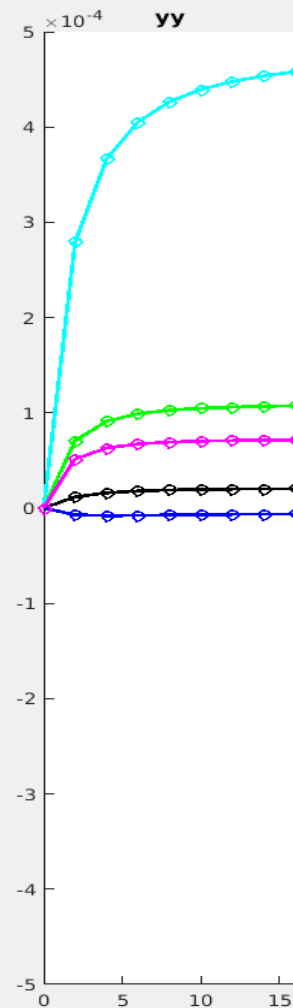
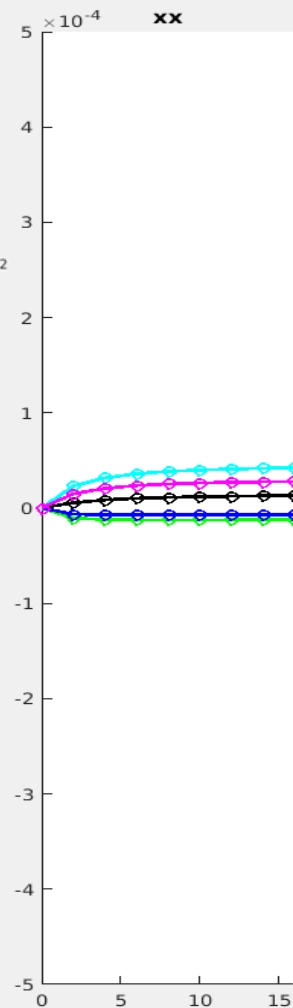
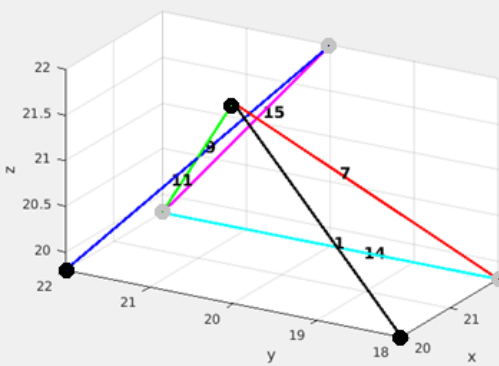
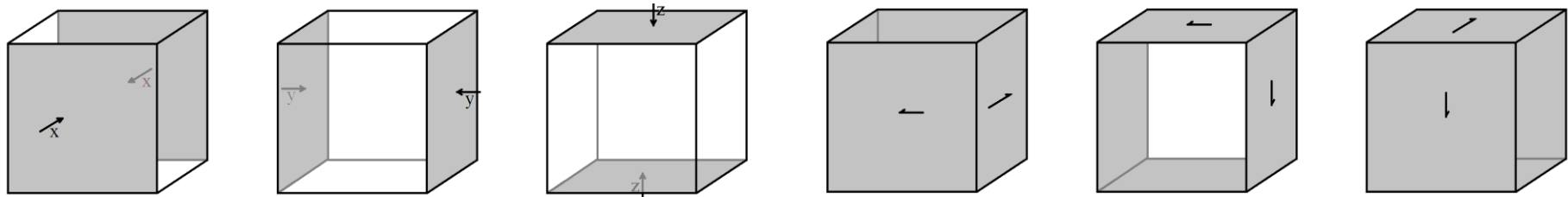
$$\bar{\tau}_{ij} = \tau_{kl} D_{ik} D_{jl}.$$
$$D_{ij} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & 0 \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Úhel v transformační matici je úhel, který svírá osa x_1 s osou VZ.

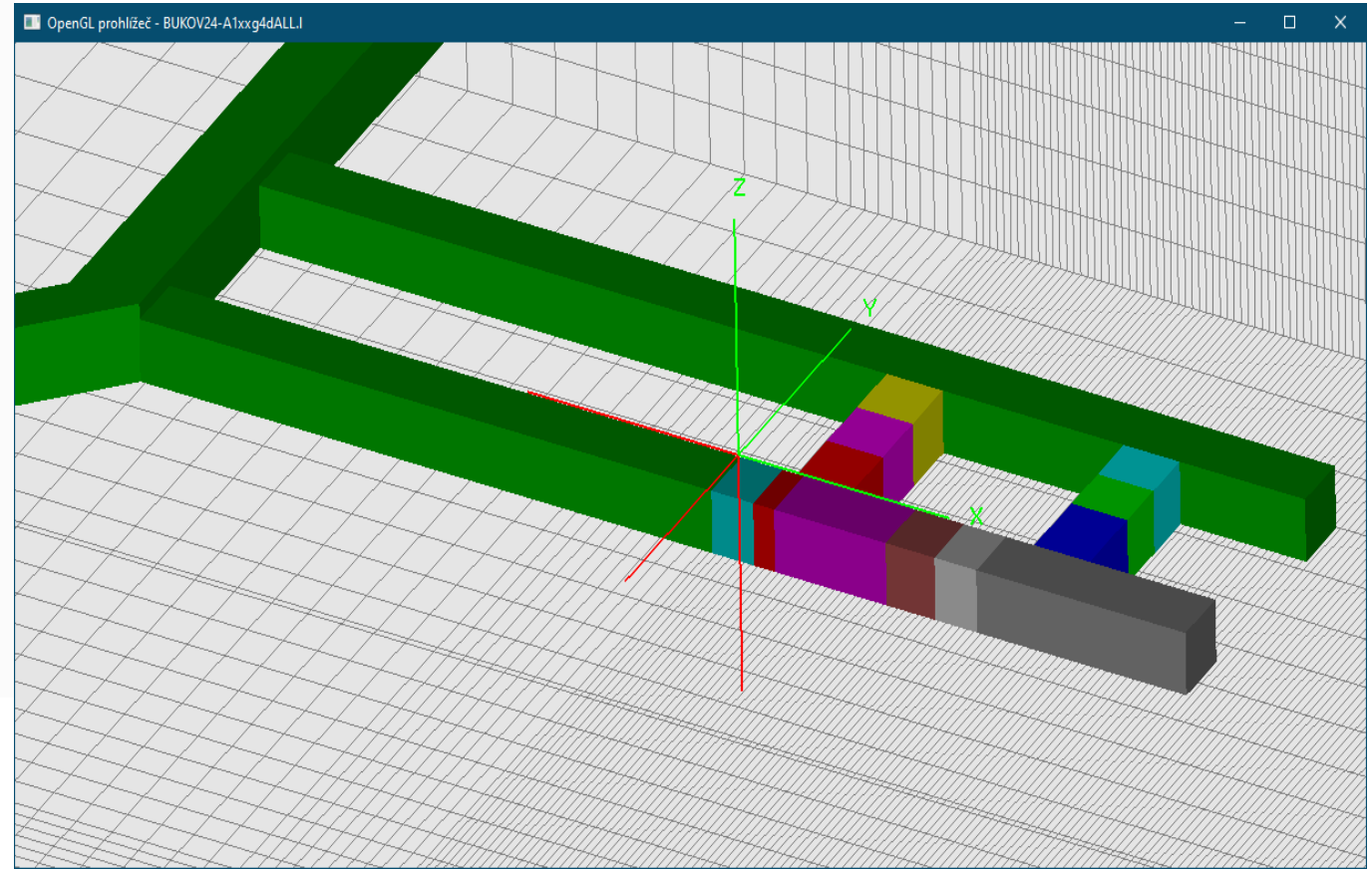
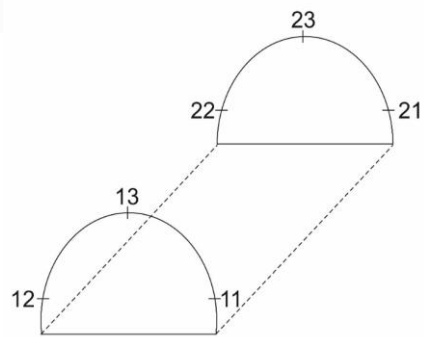
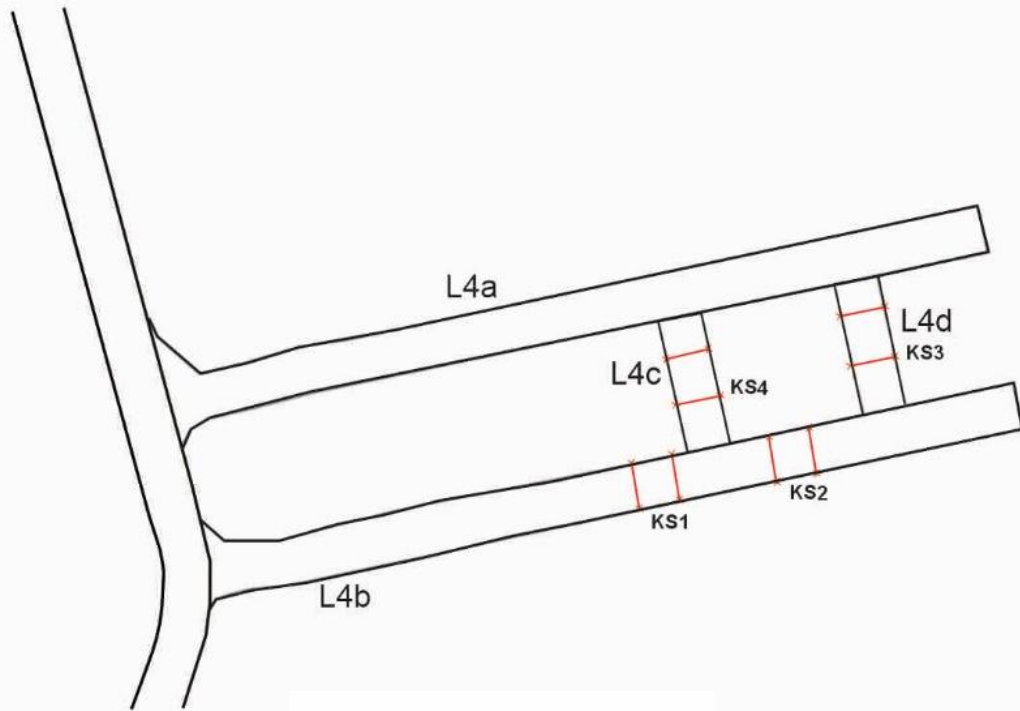
Model



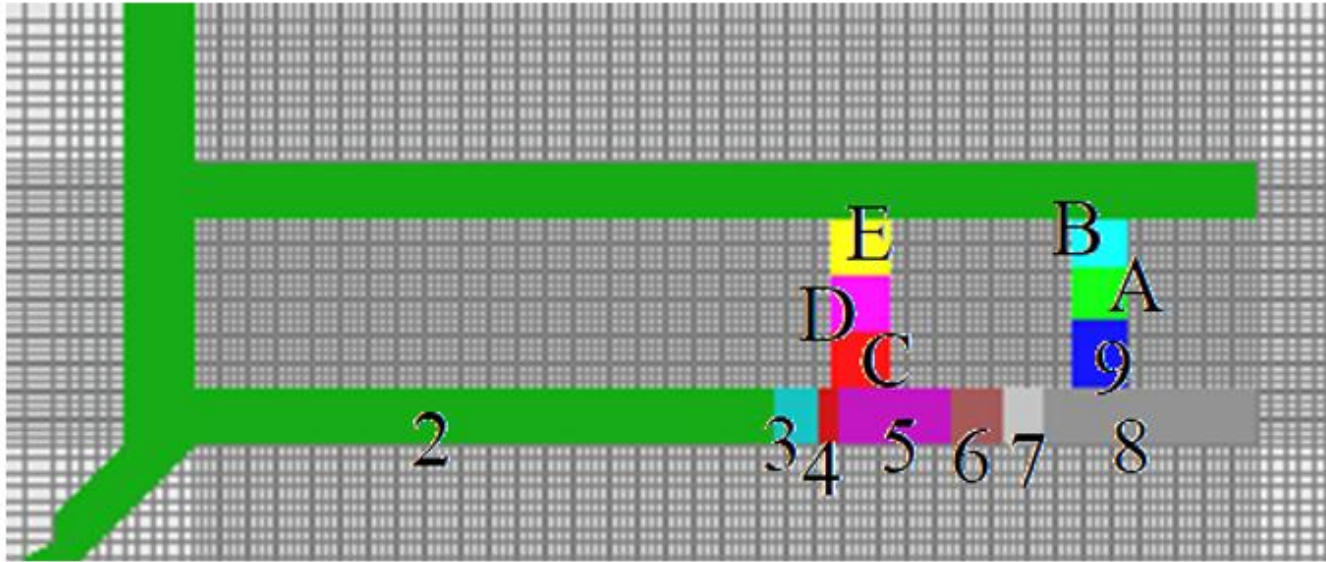
Model



Bukov 2024



Bukov 2024



variant		x	Y
2	2	41	2
3	3	44	2
4	4	45,5	2
5	5	53,5	2
6	6	57	2
7	7	60	2
8	8	75	2
9	9	62	9
A	A	62	12,5
B	B	62	16
C	C	45	8
D	D	45	12
E	E	45	16

KS1	x	y	z
11	40	0	1
12	40	4	1
13	40	2	4
21	43.5	0	1
22	43.5	4	1
23	43.5	2	4

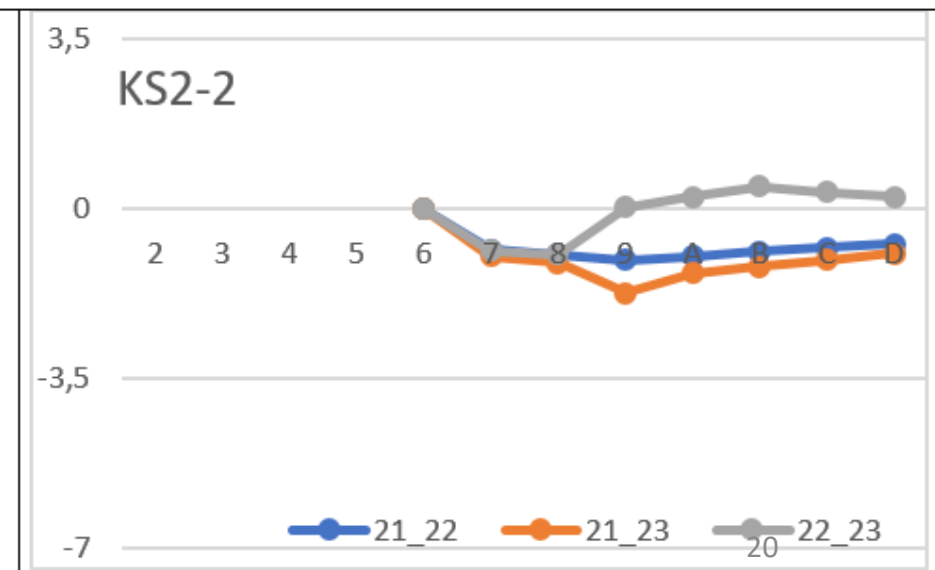
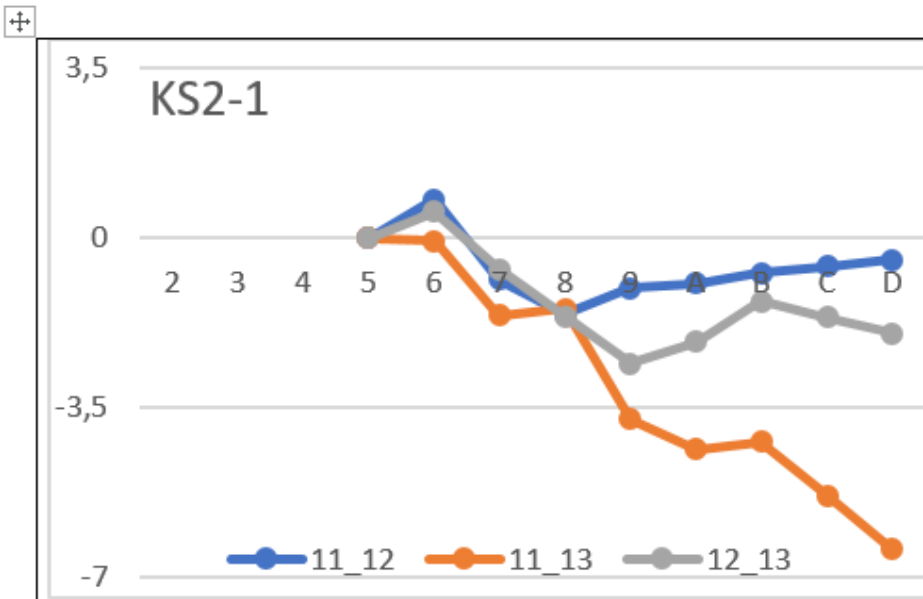
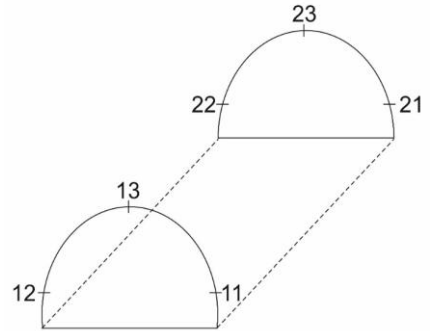
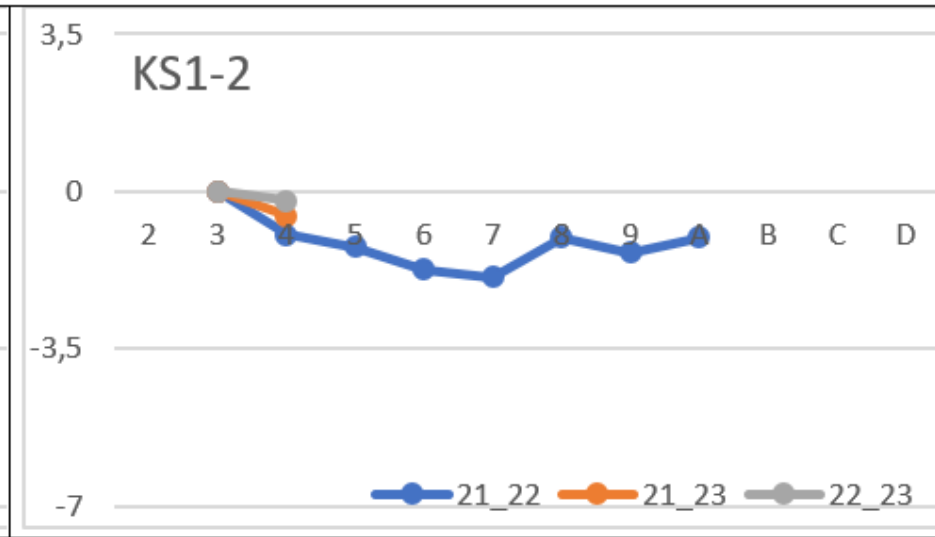
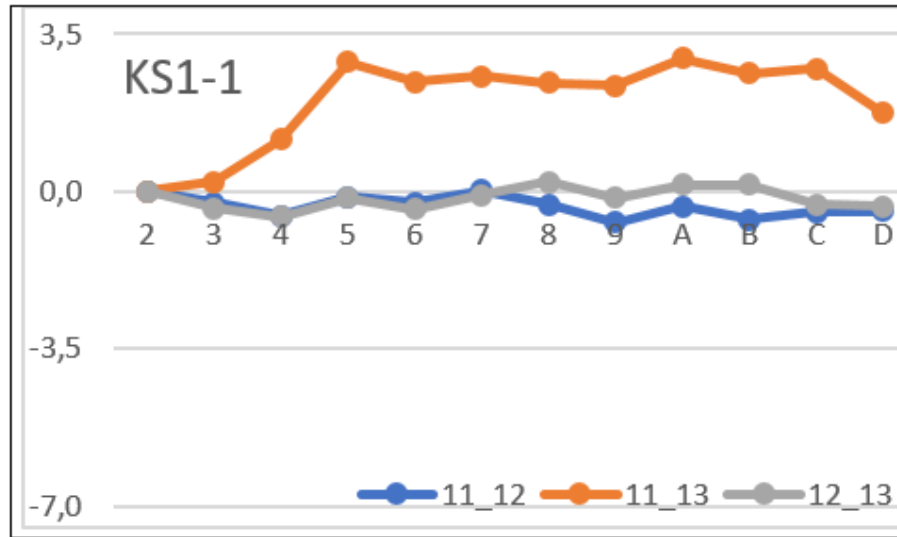
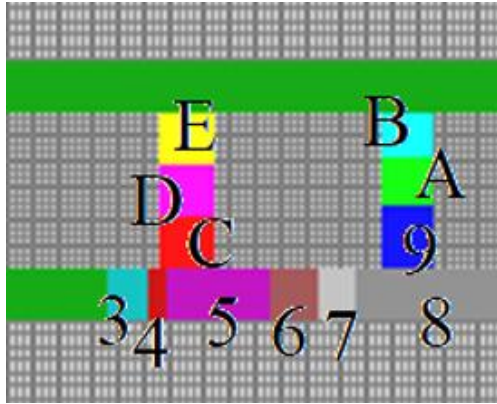
KS2	x	y	z
11	53	0	1
12	53	4	1
13	53	2	4
21	56.5	0	1
22	56.5	4	1
23	56.5	2	4

KS3	x	y	z
11	66	8	1
12	62	8	1
13	64	8	4
21	66	12	1
22	62	12	1
23	64	12	4

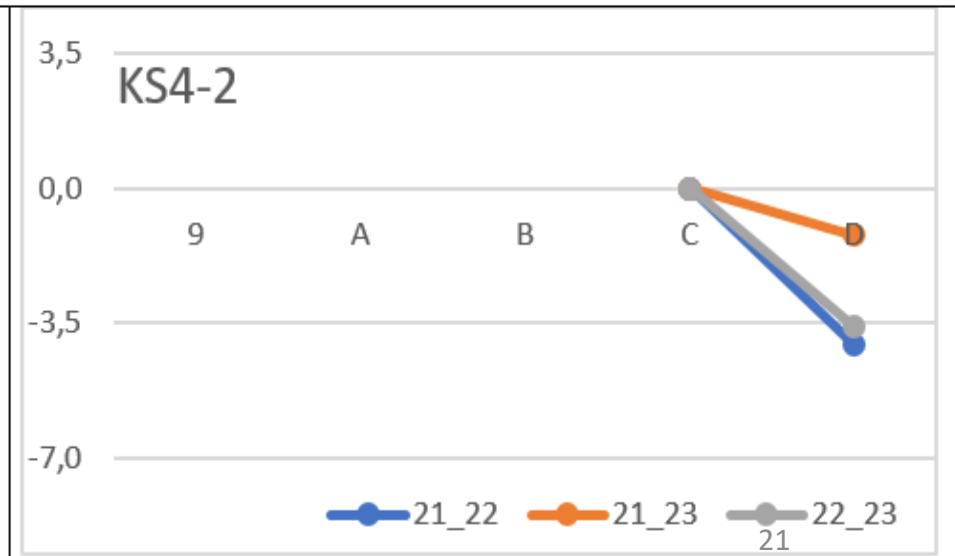
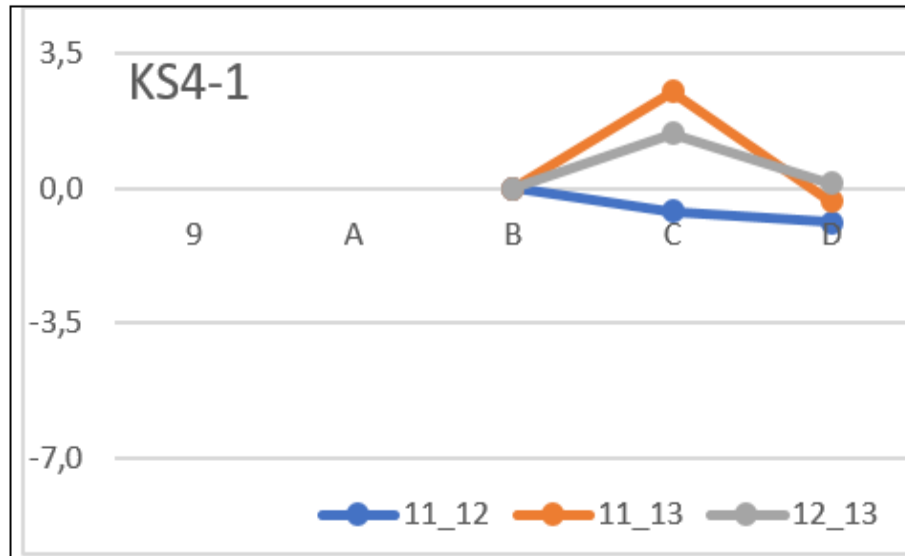
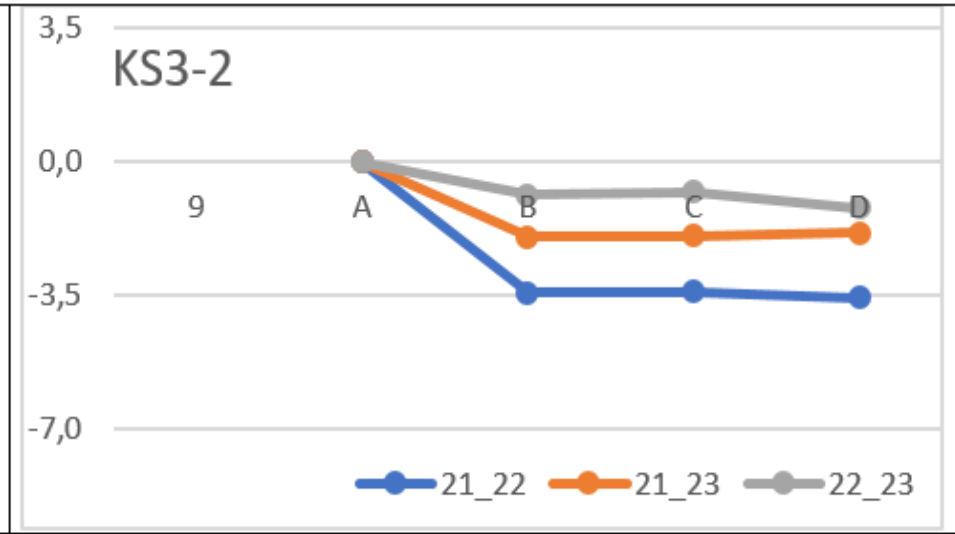
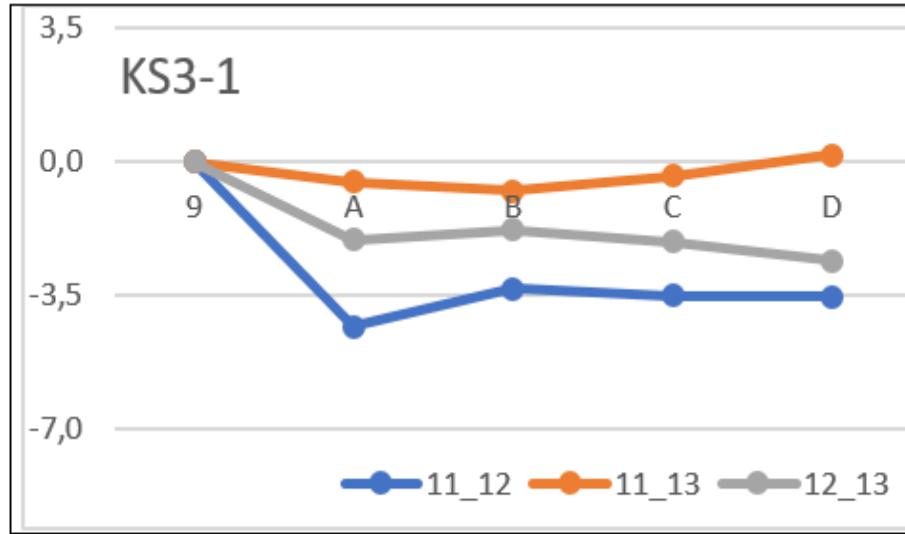
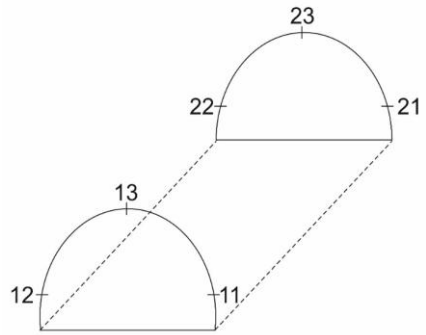
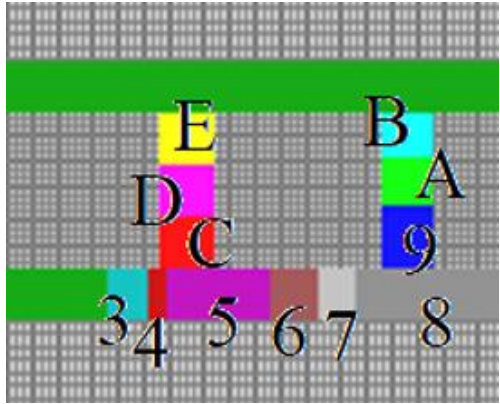
KS4	x	Y	z
11	49	7.5	1
12	45	7.5	1
13	47	7.5	4
21	49	11.5	1
22	45	11.5	1
23	47	11.5	4



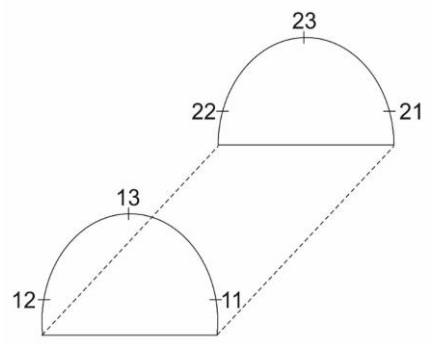
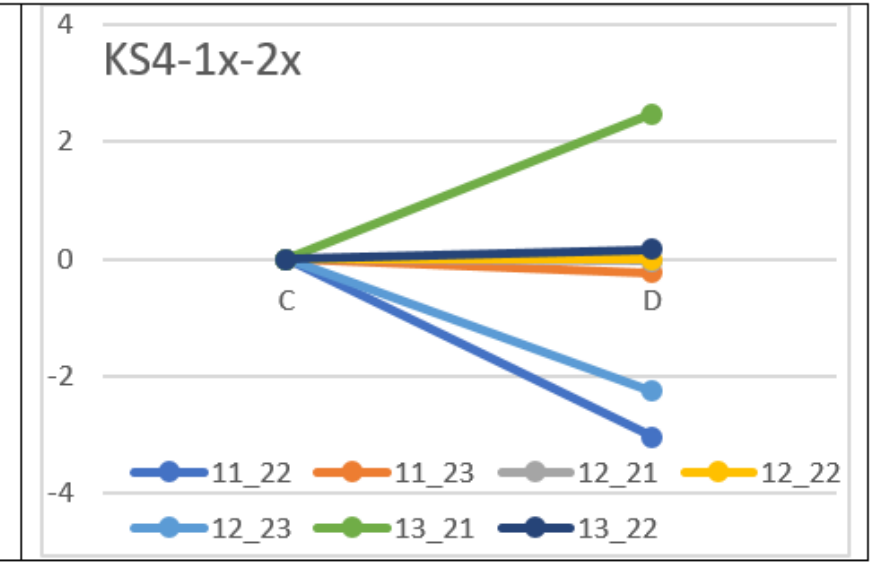
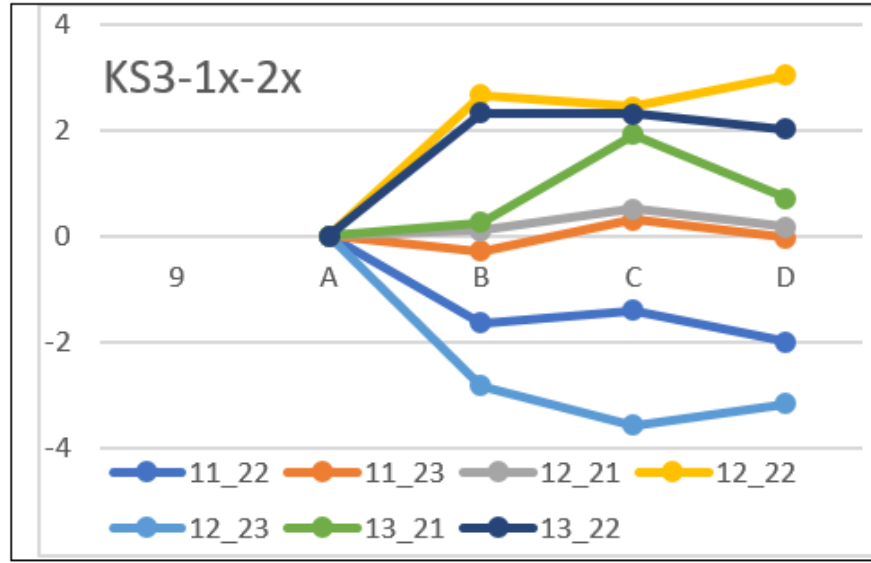
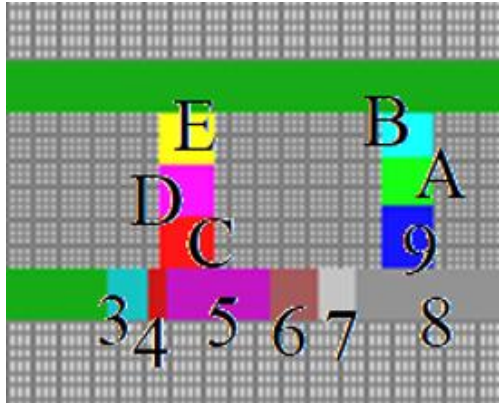
Bukov 2024



Bukov 2024

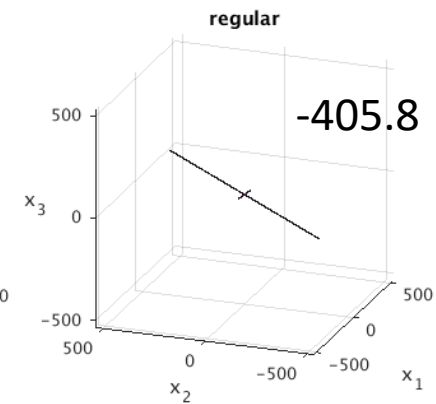
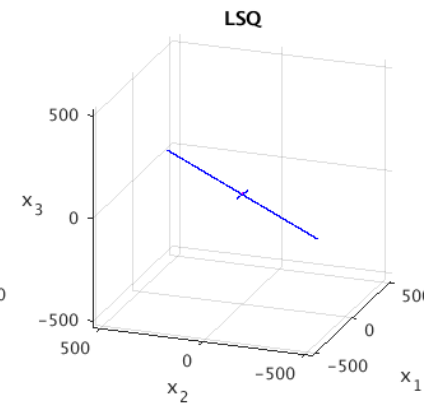
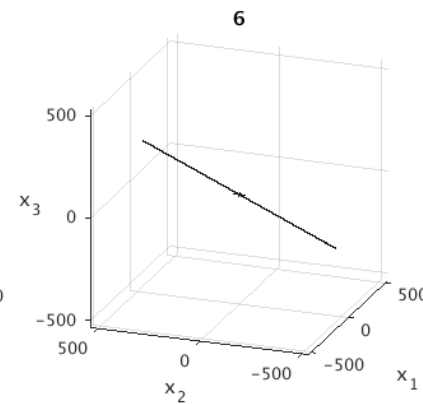
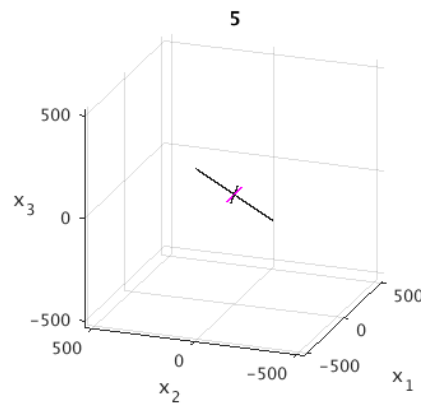
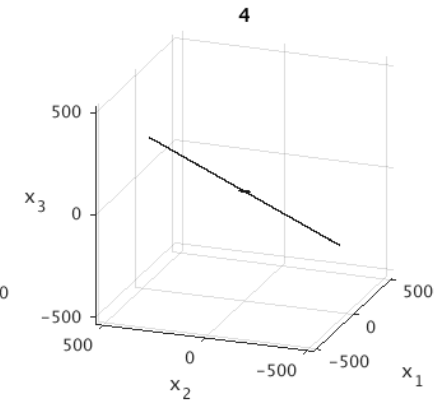
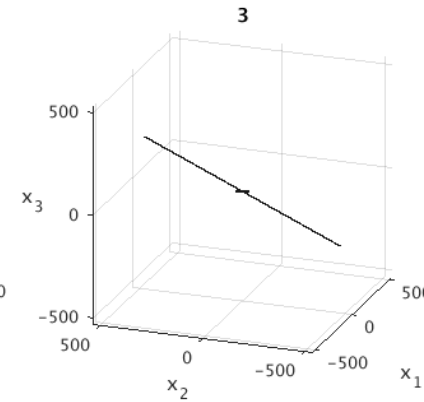
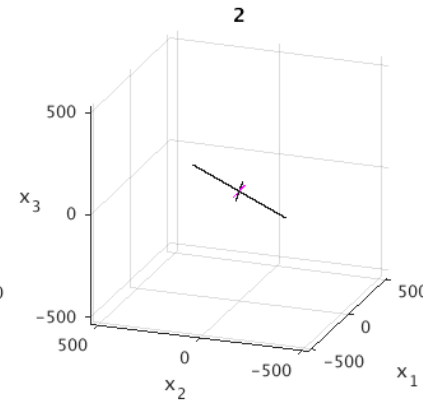
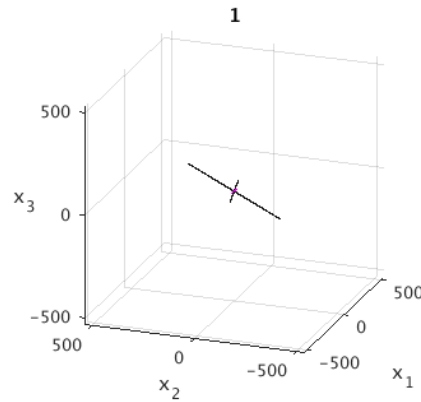


Bukov 2024



Bukov 2024

-257.5	-65.8	28.2
-252.8	-65.1	60.5
-535.6	-99.3	-4.4
-529.3	-99.1	-2.8
-221.5	-63.5	66.2
-529.8	-101.9	-9.9



-405.8	-93.1	8.4
--------	-------	-----



Souhrn, výhled a diskuze

Byla vypracována a ověřena nová metoda určení původního napětí z naměřených konvergencí v průběhu ražení tunelu. Tato metoda bude modifikována pro vrty o průměru 40 cm.

Tato metoda bude modifikována pro vrty o průměru 40 cm.

Pokusit se o vytvoření softwaru vhodného pro geomechaniky.

Vytvořit software pro optimální nasměrování tunelu vůči původnímu napětí.

S oddělením báňského výzkumu a ve spolupráci s UTIA zkonstruovat přístroj na měření konvergencí.